ЛИТЕРАТУРА

1. Dancer E. N., Du Yihong *Some remarks on Liouville type results for quasilinear elliptic equations* // Proc. Amer. Math. Soc. – 2002. – V. 131. – No 6. – P. 1891–1899.

2. Bidaut-Veron M., Pohozaev S. I., *Non-existence results and estimates for some nonlinear elliptic problems* // J. Anal. Math. – 2001. – V. 84. – P. 1–49.

Т. А. Волковая

Кубанский государственный университет,

филиал в г. Славянске-на-Кубани,

vta1987@yandex.ru

СИНТЕЗ В ПОЛИНОМИАЛЬНОМ ЯДРЕ ДВУХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИОНАЛОВ

Пусть Ω – выпуклая область в $\mathbf{C}$; $H_\Omega(\theta)$ – опорная функция области Ω в смысле комплексного анализа; H – пространство функций, аналитических в Ω, с топологией равномерной сходимости на компактах; $\pi(z)$ – целая функция вполне регулярного роста при некотором уточненном порядке $\rho(r) \to \to \rho \in (0,1)$ с всюду положительным индикатором. В этом случае существует такое $\kappa \geqslant 1$, что вне некоторого множества нулевой относительной меры $\kappa^{-1}|z| \leqslant \hat{\mu}(|\pi(z)|) \leqslant \kappa|z|$, где $\hat{\mu}(r) = \nu(\ln r)$, ν – обратная к функции $\mu(r) := r^{\rho(r)}$.

Рассмотрим линейный дифференциальный оператор бесконечного порядка $\pi(D) : H \to H$. Очевидно, что он непрерывен. Говорят, что замкнутое $\pi(D)$-инвариантное подпространство $W \subseteq H$ *допускает спектральный синтез*, если оно совпадает с замыканием в H линейной оболочки корневых элементов оператора $\pi(D)$, содержащихся в W.

Пусть $S := \{S_1, S_2\}$ – система линейных непрерывных функционалов на H с характеристическими функциями $\mathcal{F}$ и $\mathcal{G}$ соответственно. Рассмотрим замкнутое $\pi(D)$-инвариантное подпространство

$$W_S := \{f \in H : \langle S_n, \pi(D)^k f\rangle = 0,\ S_n \in S,\ k \in \{0, 1, \ldots\}\} \subseteq H.$$

Если $S_1 = S_2$, то подпространство W_S допускает спектральный синтез (случай $\pi(\zeta) \in \mathbf{C}[\zeta]$ рассмотрен [1], общий случай – в [2]). Рассмотрим случай $S_1 \neq S_2$.

Пусть имеет место представление $\mathcal{F} = \varphi f F$ и $\mathcal{G} = \varphi g G$, где φ – некоторая целая функции, а f, F, g, G являются композициями вида $f := \hat{f} \circ \pi$, $F := \hat{F} \circ \pi$, $g := \hat{g} \circ \pi$, $G := \hat{G} \circ \pi$, где $\hat{f}$, $\hat{F}$, $\hat{g}$, $\hat{G}$ – тоже некоторые целые функции. Пусть $\hat{\Lambda} := \{\hat{\lambda}_i\}$, $\hat{\Gamma} := \{\hat{\gamma}_i\}$ – последовательности нулей функций $\hat{F}$ и $\hat{G}$, все элементы $\hat{\Lambda}$ и $\hat{\Gamma}$ лежат вне единичного круга и

$$\Delta := \max\left\{\sup_{\hat{\lambda}_n \in \hat{\Lambda}} \frac{n}{\hat{\mu}(|\hat{\lambda}_n|)};\ \sup_{\hat{\gamma}_n \in \hat{\Gamma}} \frac{n}{\hat{\mu}(|\hat{\gamma}_n|)}\right\} < +\infty,$$

а для индикаторов $h_{f\mathcal{G}}$, $h_{g\mathcal{F}}$ функций $f\mathcal{G}$ и $g\mathcal{F}$ и некоторой ограниченной тригонометрически выпуклой 2π-периодической функции $h(\theta)$ выполнены оценки: $\max\{h_{f\mathcal{G}}(\theta), h_{g\mathcal{F}}(\theta)\} < < h(\theta) < H_\Omega(\theta)$.

Теорема. *Если для некоторого $\delta > 0$, удовлетворяющего условию $h(\theta) + \delta < H_\Omega(\theta)$, нулевые множества $\hat{\Lambda}$ и $\hat{\Gamma}$ можно упорядочить так, что выполнено неравенство*

$$\varlimsup_{n\to\infty} \frac{\ln S_n}{\hat{\mu}(t_n)} < -\kappa^{1+2\rho}\left(2\kappa\frac{\Delta}{\delta}\right)^{\frac{2}{1-\rho}}(h+\delta),$$

где $S_n := \sum_{i \geqslant n}\left|\frac{1}{\hat{\gamma}_i} - \frac{1}{\hat{\lambda}_i}\right|$, $t_n := \max_{i=1,\ldots,n} \max\left\{|\hat{\lambda}_i|, |\hat{\gamma}_i|\right\}$,

$h = h_{\max} - \min\{h_{\min}; 0\}$, $\quad h_{\max} := \max\limits_{\theta} h(\theta)$, $\quad h_{\min} := \min\limits_{\theta} h(\theta)$, *то замкнутое $\pi(D)$-инвариантное подпространство $W_S \subseteq H$ допускает спектральный синтез.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Красичков-Терновский И. Ф. *Спектральный синтез в комплексной области для дифференциального оператора с постоянными коэффициентами. I. Теорема двойственности* // Матем. сб. – 1991. – Т. 182. – № 11. – С. 1559–1588.

2. Письменный Р. Г. *Главные подмодули и инвариантные подпространства аналитических функций* // Дисс. …канд. физ.-мат. наук. – Славянск-на-Кубани, 2010. – 104 с.

А. Р. Гайнуллина

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

GaynullinaAlina@gmail.com

СВОБОДНЫЕ КОММУТАТИВНЫЕ ОПЕРАДЫ

В работах [1] и [2] было введено понятие коммутативной операды. Коммутативные операды (над фиксированной вербальной категорией) образуют подмногообразие в многообразии всех операд, рассматриваемых как многосортные универсальные алгебры. Следовательно, должны существовать свободные алгебры этого подмногообразия, то есть свободные коммутативные операды. В данной заметке получены первые результаты об их строении.

Напомним конструкцию свободных Σ-операд из работы [1] (с. 687–688). Пусть S – линейно упорядоченное множество, S^* – свободный моноид с базисом S. Рассмотрим операду G с компонентами $G(n) = (S^*)^n$. Определим в ней подопераду